Voici **la définition d’un espace vectoriel** :

**Définition : Espace vectoriel**

Un **espace vectoriel** (ou **espace linéaire**) est un ensemble EE muni de deux opérations :

1. **Addition vectorielle** : une opération +:E×E→E+ : E \times E \rightarrow E
2. **Multiplication par un scalaire** : une opération ⋅:K×E→E\cdot : \mathbb{K} \times E \rightarrow E

où K\mathbb{K} est un **corps** (par exemple R\mathbb{R} ou C\mathbb{C}), telles que les huit axiomes suivants soient vérifiés pour tous u,v,w∈Eu, v, w \in E et tous a,b∈Ka, b \in \mathbb{K} :

1. **Associativité de l'addition** : u+(v+w)=(u+v)+wu + (v + w) = (u + v) + w
2. **Commutativité de l'addition** : u+v=v+uu + v = v + u
3. **Élément neutre de l'addition** : Il existe un élément 0∈E0 \in E tel que u+0=uu + 0 = u
4. **Symétrique pour l'addition** : Pour tout u∈Eu \in E, il existe un −u∈E-u \in E tel que u+(−u)=0u + (-u) = 0
5. **Compatibilité de la multiplication scalaire avec l'addition scalaire** : a⋅(b⋅u)=(ab)⋅ua \cdot (b \cdot u) = (ab) \cdot u
6. **Élément neutre de la multiplication scalaire** : 1⋅u=u1 \cdot u = u
7. **Distributivité par rapport à l’addition vectorielle** : a⋅(u+v)=a⋅u+a⋅va \cdot (u + v) = a \cdot u + a \cdot v
8. **Distributivité par rapport à l’addition scalaire** : (a+b)⋅u=a⋅u+b⋅u(a + b) \cdot u = a \cdot u + b \cdot u